



***Estratégias para o Ensino  
e  
Aprendizagem da Matemática***

***2006/2007***

## Estratégias para o Ensino e Aprendizagem da Matemática

### 1. Princípios e Valores Orientadores do Currículo e Competências Gerais.

As competências que se pretende venham a ser desenvolvidas pelos nossos alunos devem ser baseadas num conjunto de princípios e valores dos quais destacamos para este nosso trabalho o seguinte:

*“A valorização de diferentes formas de conhecimento, comunicação e expressão.”*

*(Currículo Nacional do Ensino Básico, pg. 15)*

O desenvolvimento das competências ao longo de todo o Ensino Básico, só será possível se houver uma actuação convergente em todas as áreas curriculares.

De entre as Competências Gerais seleccionámos:

*“Adoptar estratégias adequadas à resolução de problemas e à tomada de decisões.”*

*(Currículo Nacional do Ensino Básico, pg. 15)*

Para que os alunos saibam “*adoptar estratégias adequadas...*” é necessário que aprendam:

- A seleccionar informação,
- A propor caminhos de resolução,
- A discutir os caminhos propostos,
- A escolher as estratégias adequadas à resolução do problema.

Cabe aqui referir que no nosso PAM (pg. 15) consideramos como objectivos prioritários que:

“Os alunos devem conseguir:

- trabalhar com à vontade o texto informativo,
- resolver problemas em que estes definam situações que exijam a análise e compreensão da vida real,
- organizar e expor (oralmente e por escrito) os seus raciocínios,
- interpretar e criticar os resultados obtidos.”

“Trabalhar com à vontade o texto informativo” exige um trabalho constante e exaustivo em todas as áreas curriculares, mas principalmente em Estudo Acompanhado com o apoio da professora de Língua Portuguesa.

Aqui os alunos terão de **ler, seleccionar, esquematizar, compreender e desenvolver** um qualquer tema proposto num dado texto com informação pertinente ou não.

Consideramos todos estes trabalhos como os alicerces para as aprendizagens em qualquer disciplina, mas com especial incidência na disciplina de Matemática.

Para ilustrar o que acabámos de dizer temos três exemplos que podem ser consultados nos Anexos, como anexo1, anexo 2 e anexo 3.

## 2. Competências Específicas da Matemática – A Resolução de Problemas

Hoje, o modo como pensamos depende do património cultural da humanidade que nos tem sido legado de geração em geração ao longo dos tempos.

A par da Filosofia é concerteza o pensamento matemático o formatador principal da maneira como hoje olhamos o mundo que nos rodeia.

Por isso ser matematicamente competente hoje, é uma obrigação porque só podemos transmitir às próximas gerações aquilo que hoje dominamos. Isto implica um conjunto de atitudes, de capacidades e de conhecimentos específicos da matemática que têm de ser trabalhados e desenvolvidos com os nossos alunos. Tudo isto aparece muito nítido (pela positiva e pela negativa) na **Resolução de Problemas**, pedra de toque na aprendizagem da matemática.

Assim, achamos que os nossos alunos precisam:

- Procurar entender a estrutura de um problema,
- Ter aptidão para desenvolver processos de resolução,
- Saber analisar os erros cometidos,
- Saber procurar caminhos alternativos de resolução.

Podemos mostrar as diferentes as abordagens que um aluno deve saber fazer quando confrontado com um texto com informação que pode ou não ser um problema.

O texto pode ser:

- um problema só com informação pertinente,
- um problema com informação a mais,
- um problema com informação a menos,
- uma história que poderá vir a ser transformada num problema.

Para ilustrar o que acabámos de dizer temos quatro exemplos que podem ser consultados nos Anexos, como anexo 4, anexo 5, anexo 6 e anexo 7.

Retomando o que atrás dizíamos, consideramos que os nossos alunos precisam:

- Ter aptidão para dar sentido a problemas numéricos,
- Saber reconhecer as operações que são necessárias,
- Explicar os métodos e o raciocínio que foram usados.

No desenvolvimento do que temos vindo a dizer, cabe aqui apresentar a resolução oral/escrita de problemas.

O aluno é levado a organizar o seu pensamento de forma a conseguir descobrir o caminho para a resolução do problema sem necessidade de efectuar qualquer cálculo, mas com a necessidade de estruturar o seu raciocínio, identificar as operações necessárias, tirar conclusões e comunicar tudo isto de uma forma descritiva.

Para ilustrar o que acabámos de dizer temos um exemplo que pode ser consultado nos Anexos, como anexo 8.

Em matemática, na **Resolução de Problemas**, como já dissemos, construímos um ambiente universal de aprendizagem e por isso deve estar sempre presente, associada ao raciocínio e à comunicação.

Para além dos problemas de resolução formal, com aplicação/utilização das operações aritméticas, não podemos esquecer, por serem mais estimulantes intelectualmente, os problemas de “raciocínio puro” e comunicação a que vulgarmente chamamos, muitas vezes, “Desafios Matemáticos”.

Para ilustrar o que acabámos de dizer temos três exemplos que podem ser consultados nos Anexos, como anexo 9, anexo 10 e anexo 11.

Tudo o que acima ficou dito aplica-se ao trabalho desenvolvido ao longo de todo o Ensino Básico.

Ainda no referente à Tarefa 1 os professores do PAM do 3º Ciclo optaram também por reflectir sobre a seguinte vertente:

*“ A aptidão para dar sentido a problemas numéricos e para reconhecer as operações que são necessárias à sua resolução, assim como para explicar os métodos e o raciocínio que foram usados”. (cf. Currículo Nacional do Ensino Básico, pg.60).*

No que diz respeito aos aspectos específicos, optamos por abordar:

*“O reconhecimento de situações de proporcionalidade directa e inversa e a aptidão para resolver problemas no contexto de tais situações.” (cf. Currículo Nacional do Ensino Básico, pg. 61).*

De modo a concretizar estas orientações na aula de Matemática, abordámos especificamente a resolução de problemas de proporcionalidade directa.

O método adoptado foi o que se apresenta a seguir:

De início, analisar situações elementares de proporcionalidade directa.

**1ª etapa:** identificar os elementos constituintes do problema, isto é:

- Compreender / interpretar o enunciado;
- Retirar a informação relevante, distinguindo o essencial do acessório;
- Saber onde se pretende “chegar”;
- Indicar os dados e objectivos pretendidos.

**2ª etapa:** Fazer um esquema da estrutura do problema, reduzindo a situação apresentada ao cálculo da unidade e, em seguida, calcular o valor pretendido.

Por exemplo:

*Problema: “ O António comprou 8 rebuçados por 1,44 euros. Quanto gastaria se comprasse 17 rebuçados?”*

Resolução pelo método de redução à unidade:

*Quanto custa um rebuçado?*

$$1,44 : 8 = 0,18 \longrightarrow \text{Cálculo do custo de um rebuçado.}$$

$$17 \times 0,18 = 3,06 \longrightarrow \text{Cálculo do custo de 17 rebuçados}$$

*Se comprasse 17 rebuçados gastaria 3,06 euros, ou seja, 3 euros e 6 cêntimos.*

**3ª etapa:** Como a resolução de um problema onde se utiliza o raciocínio proporcional pode ser conseguida usando o método de redução à unidade, uma proporção ou uma regra de três simples, passaríamos nesta etapa à apresentação destas duas últimas formas de resolução:

Método da Proporção

$$\frac{1,44}{8} = \frac{x}{17}$$

*Formar a proporção.*

$$1,44 \times 17 = 8x$$

*Aplicar a propriedade fundamental das proporções.*

$$x = \frac{1,44 \times 17}{8}$$

*Resolver a equação.*

$$x = 3,06$$

Método da regra de três simples

Número de rebuçados	Custo
8	$\longrightarrow$ 1,44
17	$\longrightarrow$ x

Nota: Chamar à atenção para a forma como se lê esta disposição dos dados.

*Leitura: oito rebuçados custam 1,44 euros, 17 rebuçados custam x.*

$$8x = 17 \times 1,44 \quad \text{Fazer o produto "cruzado".}$$

$$x = 3,06 \quad \text{Resolver a equação.}$$

**4ª etapa:** Resolução por parte dos alunos de exercícios propostos como forma de treinar a resolução deste tipo de exercícios.

**5ª etapa:** Correção dos exercícios propostos - Análise/ debate das diversas resoluções apresentadas pelos alunos – Comentário aos resultados obtidos, de acordo com o contexto de cada problema.

**6ª etapa:** Partir para situações mais complexas. Identificar colectivamente os elementos constituintes do novo problema. Pretende-se ainda, que os alunos indiquem as etapas que julgam ter de seguir sem apresentar, nesta fase qualquer tipo de cálculo.

**7ª etapa:** Após discussão/ análise colectiva das etapas indicadas pelos alunos, estes devem passar à resolução do problema “usando cálculos”. No final comentam-se os resultados.

Nota: É conveniente que os problemas propostos traduzam situações quotidianas, de modo a que os alunos se apercebam da real utilidade do estudo da disciplina de Matemática.

**8ª etapa:** Apresentar situações em que não é possível utilizar os processos estudados.

Perceber que nos problemas onde se abordam promoções do tipo leve 3 pague 2 não está presente uma situação de proporcionalidade. Alertar para o facto de que este tipo de relações, na maior parte das vezes, se apresentam como mais vantajosas para o consumidor relativamente às situações onde há proporcionalidade directa.

**Para acabar:**

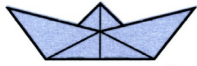
*“Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, **quem o resolve pelos seus próprios meios experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta.** Experiências destas, numa idade susceptível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, para toda a vida, a sua marca na mente e no carácter.”*

*G. Polya*

Bombarral, 24 de Abril de 2007

Os Professores do PAM





## *Anexos*

## *Anexo 1*

### **Ler e Esquematizar**

#### **1 – Lê o texto.**

Olá! Eu chamo-me Inês e hoje vai haver um jantar de família cá em casa.

A minha mãe encarregou-me de fazer a distribuição dos lugares pela mesa, que é rectangular, cabendo duas pessoas em cada topo e três em cada lado.

Ora bem, para realizar a tarefa é preciso ter certos aspectos em linha de conta:

A minha mãe quer ficar sentada no topo, o mais perto possível da porta da sala, para se deslocar rapidamente à cozinha; a minha avó paterna, Helena, que é uma senhora com mais idade, vai sentar-se à direita da minha mãe; à esquerda da minha mãe, senta-se a nova mulher do meu avô materno (Neves), que se chama Maria; não vai ser simpático sentar alguém entre o meu avô e a mulher dele; vou tentar arranjar maneira de o meu pai dar a direita ao meu avô; a minha mãe recomendou-me que não sentasse a tia Paula muito longe dela para poderem conversar; quanto ao meu tio Zé, marido da tia Paula, deverá ficar ao lado dela; o meu irmão Vasco vai querer sentar-se ao lado do tio Zé para falar com ele de computadores e, quanto à minha prima Mariana, já sei que quer ficar ao pé de mim, de preferência entre mim e o meu irmão. Não vai ser possível os meus pais ficarem juntos, mas eles dizem que, quando recebem visitas, o mais importante é que os convidados se sintam bem, mesmo que as regras de etiqueta não sejam completamente respeitadas.

**2.1 – Elabora um esquema com um rectângulo que represente a mesa e com círculos que representem as cadeiras à volta da mesa.**

**2.2 – Regista, dentro de cada círculo, a identificação da pessoa que vai ocupar aquele lugar.**

## Anexo 2

### Ler, esquematizar e apresentar

#### 1 – Lê o texto

#### *Borboletas*

As borboletas são insectos voadores. Há cerca de doze mil espécies de borboletas. São parentes das mariposas. Vivem em quase todas as zonas do Mundo, até mesmo perto do Círculo Polar Ártico.



As borboletas têm várias cores e tamanhos. Uma das mais pequenas, a anã-azul da África do Sul, tem um comprimento de asas de apenas 14 mm. A maior, a Rainha Alexandra, tem um comprimento de asas de 28 cm.

*Todas as borboletas iniciam a vida como larvas que são chocadas de ovos. As larvas passam a vida a comer a planta sobre a qual foram chocadas. Mudam de pele várias vezes, à medida que crescem. Quando a larva atinge o crescimento máximo, transforma-se em crisálida, com uma pele dura. Dentro desta, a crisálida transforma-se numa borboleta adulta. Depois de certo tempo, irrompe e voa para procurar um companheiro e pôr os seus próprios ovos.*

Algumas borboletas «migram». Voam de uma para outra parte do mundo em certas épocas do ano. Uma das mais famosas borboletas migratórias é a monarca, da América do Norte. Durante o Verão, vive em todas as zonas dos Estados Unidos, Canadá e Alasca. No Outono, as borboletas agrupam-se. No Inverno, voam para Sul em direcção ao México, Florida e Califórnia Meridional. Às vezes podem ver-se milhares de borboletas a voar em conjunto. Durante a Primavera, voam novamente para Norte.

*John Paton, Enciclopédia Juvenil, Círculo de Leitores (adaptado)*

**2 – Relê o parágrafo destacado no texto e faz um esquema das várias metamorfoses da borboleta utilizando setas.**

**3 – A partir do esquema, explica em voz alta o ciclo de vida das borboletas.**

## Anexo 3

# Ler e Compreender

## Parágrafos

Num parágrafo desenvolve-se um tema, que é constituído por várias ideias. Lê com atenção o texto e observa as ideias que nele se encontram.

Todo o papel que usamos é feito de fibras de origem vegetal. Essas fibras são pequenos e finos tubos de celulose que se encontram nas folhas, ramos ou troncos de plantas. Nos nossos dias, a maior parte das fibras com que fabricamos o papel vem de árvores especialmente plantadas e cortadas para este fim. Estas árvores crescem em grandes florestas, normalmente em zonas frias do planeta.

**Tema:** a origem do papel.

**Ideias:**

1. O papel é feito de fibras de celulose.
2. As fibras de celulose encontram-se nas plantas ou nas árvores.
3. O papel é fabricado com árvores plantadas para esse fim.
4. Estas árvores crescem em locais frios do planeta.

Lê o texto seguinte e procura escrever todas as ideias com que ficaste.

A costa portuguesa não tem toda o mesmo aspecto. Podemos encontrar uma costa baixa e arenosa em que é possível praticar desportos náuticos ou simplesmente descansar. A este tipo de costa chamamos, habitualmente, praia. Quando a praia é grande e muito batida pelo vento, observamos que se formam dunas. As dunas são compostas por montes de areia de tamanho variável onde se fixam algumas plantas. Encontramos praias desde o Norte até ao Sul de Portugal.

**Tema:** \_\_\_\_\_

**Ideias:** \_\_\_\_\_

---

---

---

---

---

---

---

## Anexo 4

### Comprender o Problema

A primeira etapa para resolver um problema é perceber bem o enunciado.

No texto que se segue poderás encontrar:

- **Um problema com informação a mais** – deverás desenbaraçar-te da informação desnecessária e resolver o problema.
- **Um problema com falta de informação** – deverás obter/pedir a informação de que necessitas para resolver o problema.
- **Uma história para formulares um problema** – deverás fazer uma pergunta a que possas responder com a informação que te é dada.

### Situação I

#### A compra da bicicleta

O Nuno foi com o pai à loja das bicicletas e escolheu uma, que custava 100 euros.

Havia alguns acessórios que o Nuno também gostava de ter, mas depois de conversarem sobre o assunto, o Nuno e o pai decidiram que, naquele dia, só comprariam a bicicleta e a bomba.

Quanto pagou o pai do Nuno?

#### Acessórios de bicicleta

Buzina	5,60 €
Farol	2,50 €
Bomba	4,50 €

#### Responde:

- |  |            |            |
|--|------------|------------|
| 1. É um problema com falta de informação.      | <b>Sim</b> | <b>Não</b> |
| 2. É uma história para formulares um problema. | <b>Sim</b> | <b>Não</b> |
| 3. É um problema com informação a mais.        | <b>Sim</b> | <b>Não</b> |
| 4. É uma situação diferente das anteriores     | <b>Sim</b> | <b>Não</b> |

Qualquer que seja a situação por ti escolhida encontra a solução e explica como a encontraste. (*usa a 2ª página desta folha*)

## Anexo 5

### Comprender o Problema

A primeira etapa para resolver um problema é perceber bem o enunciado.

No texto que se segue poderás encontrar:

- **Um problema com informação a mais** – deverás desenbaraçar-te da informação desnecessária e resolver o problema.
- **Um problema com falta de informação** – deverás obter/pedir a informação de que necessitas para resolver o problema.
- **Uma história para formulares um problema** – deverás fazer uma pergunta a que possas responder com a informação que te é dada.

### Situação II

#### Salada de frutas

Num dia quente de Verão, não há lanche mais apetitoso que uma boa salada de frutas.

As três amiguinhas, Paula, Filipa e Joana, foram ao super-mercado e compraram: 1 kg de bananas, 1kg de morangos, 1 kg de laranjas e 1 kg de pêras. A salada ficou uma delícia!

Será que os 3 €, que o pai da Paula lhe deu para lanche, chegou para pagar a despesa?

#### Preçário

Laranjas	0,60 € / kg
Bananas	1,00 € / kg
Pêras	0,70 € / kg

#### Responde:

- |   |            |            |
|---|------------|------------|
| • É um problema com falta de informação.      | <b>Sim</b> | <b>Não</b> |
| • É uma história para formulares um problema. | <b>Sim</b> | <b>Não</b> |
| • É um problema com informação a mais.        | <b>Sim</b> | <b>Não</b> |
| • É uma situação diferente das anteriores     | <b>Sim</b> | <b>Não</b> |

Qualquer que seja a situação por ti escolhida encontra a solução e explica como a encontraste.  
(usa a 2ª página desta folha)

## Anexo 6

### Comprender o Problema

A primeira etapa para resolver um problema é perceber bem o enunciado.

No texto que se segue poderás encontrar:

- **Um problema com informação a mais** – deverás desenbaraçar-te da informação desnecessária e resolver o problema.
- **Um problema com falta de informação** – deverás obter/pedir a informação de que necessitas para resolver o problema.
- **Uma história para formulares um problema** – deverás fazer uma pergunta a que possas responder com a informação que te é dada.

### Situação III

#### Estás na Lua?

O Jorge ouviu dizer que, na Lua, as pessoas pesam menos que na Terra.

Curioso como é, foi logo falar com a professora de Ciências.

- Professora, quanto é que acha que eu peso na Lua?

- Basta dividires o teu peso, na Terra, por 6.

Então qual será o peso do Jorge na Lua?

#### Responde:

- |   |            |            |
|---|------------|------------|
| • É um problema com falta de informação.      | <b>Sim</b> | <b>Não</b> |
| • É uma história para formulares um problema. | <b>Sim</b> | <b>Não</b> |
| • É um problema com informação a mais.        | <b>Sim</b> | <b>Não</b> |
| • É uma situação diferente das anteriores     | <b>Sim</b> | <b>Não</b> |

Qualquer que seja a situação por ti escolhida encontra a solução e explica como a encontraste. (*usa a 2ª página desta folha*)

## Anexo 7

### Comprender o Problema

A primeira etapa para resolver um problema é perceber bem o enunciado.

No texto que se segue poderás encontrar:

- **Um problema com informação a mais** – deverás desenbaraçar-te da informação desnecessária e resolver o problema.
- **Um problema com falta de informação** – deverás obter/pedir a informação de que necessitas para resolver o problema.
- **Uma história para formulares um problema** – deverás fazer uma pergunta a que possas responder com a informação que te é dada.

### Situação IV

#### A ida ao teatro

O António e a Cristina foram ao teatro.

Saíram de casa às 15 horas e chegaram à porta do teatro às 15 horas e 35 minutos.

O António foi para a bicha da bilheteira e esperou 22 minutos pela sua vez. Pagou com uma nota de 10 euros e recebeu de troco 4 euros.

Finalmente, entraram no teatro e a Cristina resolveu comprar 2 gelados a 1 € cada um.

Ao intervalo, o António foi ao bar comprar dois sumos e outro gelado. Ficou admiradíssimo porque cada sumo custava o mesmo que um gelado.

Eles divertiram-se imenso pois a peça era muito engraçada .

#### Responde:

- |   |            |            |
|---|------------|------------|
| • É um problema com falta de informação.      | <b>Sim</b> | <b>Não</b> |
| • É uma história para formulares um problema. | <b>Sim</b> | <b>Não</b> |
| • É um problema com informação a mais.        | <b>Sim</b> | <b>Não</b> |
| • É uma situação diferente das anteriores     | <b>Sim</b> | <b>Não</b> |

Qualquer que seja a situação por ti escolhida encontra a solução e explica como a encontraste. (usa a 2ª página desta folha)



## Anexo 8

### Problemas

*Resolver problemas não é só fazer contas.*

*Descobre o caminho para chegar ao resultado.*

Para resolveres estes problemas vais só escrever como farias para chegar à solução.

Não faças qualquer cálculo.

1 – Uma costureira já fez 28 batas com o tecido de uma peça que media 30 metros. Como para cada bata foram necessários 120 cm, que porção de tecido sobrou?

1 - \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

2 - \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

3 - \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

4 - \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

2 – Um comerciante comprou, para depois vender, 36 dúzias de lenços. Já vendeu 23 dezenas. Quantos lenços ainda possui?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

## Anexo 9

### Desafios Matemáticos



#### O Autocarro escolar

Um autocarro escolar transporta um grupo de alunos.

Na primeira paragem, saíram 3 e entraram 6.

Na segunda paragem, desceu a Catarina e os seus 3 irmãos.

Na última paragem, desceram 13 alunos.

Quantos alunos havia no autocarro antes da primeira paragem, isto é, no início da viagem?

## Anexo 10

### Desafios Matemáticos



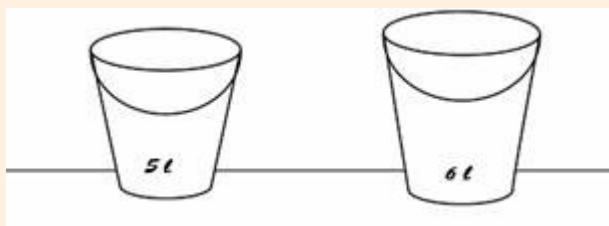
#### O bolo do João

A mãe do João disse-lhe para ir ao rio e trazer de volta exactamente 9 litros de água numa deslocação. Ela deu-lhe um balde de 6 litros e outro de 5 litros para realizar esta tarefa.

A mãe do João disse-lhe que, se ele voltasse com os 9 litros, lhe faria o seu bolo preferido.

O João comeu o bolo.

*Como conseguiu realizar a tarefa?*



## *Anexo 11*

### *Desafios Matemáticos*



#### **As maçãs douradas**

A princesa Aline foi colher maçãs douradas num jardim encantado.

Quando regressava ao palácio, já com o cesto cheio, um duende mal encarado disse-lhe:

- Só te deixo passar se me deres metade das tuas maçãs.

A princesa deu-lhe as maçãs que ele pediu e continuou o seu caminho.

Mais adiante, assustou-se quando um segundo duende lhe disse:

- Só te deixo passar se me deres metade das tuas maçãs.

A princesa deu-lhe as maçãs que ele pediu e continuou o seu caminho.

Quando estava mesmo a chegar ao portão do jardim, apareceu um guarda, que lhe disse:

- Só te deixo passar se me deres metade das tuas maçãs.

A princesa deu-lhas e voltou para o palácio muito triste porque já só tinha duas maçãs.

***Quantas maçãs douradas tinha colhido a princesa?***