

Escalas de distâncias no Universo

No nosso quotidiano estamos habituados a lidar com escalas de comprimento da ordem de grandeza do quilómetro, metro, centímetro ou até mesmo do milímetro. Mas para compreendermos a constituição e os fenómenos que ocorrem nos seres vivos, na matéria ou no Universo precisamos de utilizar unidades com ordens de grandeza "infinitamente menores" ou então "infinitamente maiores", cuja visualização e compreensão constitui para todos nós uma dificuldade acrescida – uma vez que não fazem parte da nossa escala do dia-a-dia.

Tem em conta os seguintes dados:

- Raio da Terra, 6400 km;
- Raio do Sol, 700 000 km;
- Raio (aproximado) do sistema solar, 40 unidades astronómicas, 40 UA;
- 1 UA é a distância média da Terra ao Sol, 150 milhões de quilómetros.

Pretende-se representar estas distâncias numa folha de papel A4. Será que é possível?

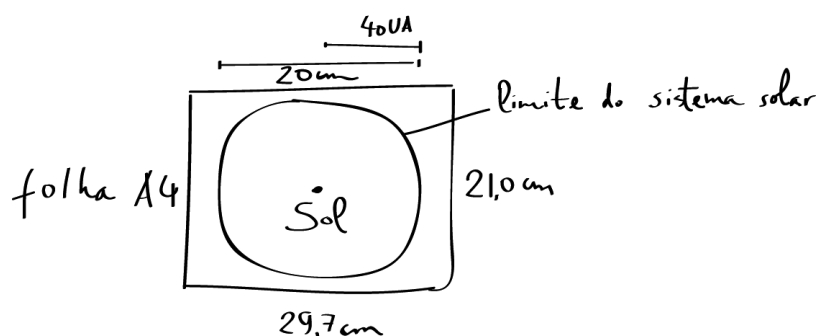
Para caber tudo na folha... comecemos por representar o sistema solar.

Admitamos que, para "facilitar", considerávamos que 1 cm no papel representa 1 milhão de quilómetros.

Assim, para representar 150 milhões de km, seriam necessários 150 cm...

Logo, não cabia na folha de papel, que mede 297 mm por 210 mm (29,7 cm por 21,0 cm) ... e isso era apenas a distância da Terra ao Sol. O sistema solar era 40 vezes essa distância!

Para caber no papel A4 devemos usar uma escala que impõe logo que o sistema solar caiba na folha de papel. Por exemplo:



Escala: 20 cm = 200 mm representam 40 UA. Ou seja: 10 cm = 100 mm representam 20 UA.

Calculemos quanto valem 40 UA em km, tendo em conta que 1 UA = 150 000 000 km = 150×10^6 km:

$$40 \times 150 \times 10^6 \text{ km} = 6000 \times 10^6 \text{ km} = 6 \times 10^3 \times 10^6 \text{ km} = 6 \times 10^9 \text{ km} = 6\,000\,000\,000 \text{ km}$$

Esta escala pode ser representada do seguinte modo:

$$\frac{10 \text{ cm}}{6 \times 10^9 \text{ km}} = \frac{1 \text{ cm}}{0,6 \times 10^9 \text{ km}}$$

Não esquecer que, nesta escala, o limite do sistema solar estaria a 10 cm do centro do sistema solar...

E a que distância estaria a Terra, nessa escala?

Representando essa distância por d , podemos escrever a seguinte proporção:

$$\frac{1 \text{ cm}}{0,6 \times 10^9 \text{ km}} = \frac{d}{150 \text{ milhões de km}}$$

Resolvendo esta equação, vem, sucessivamente:

$$\frac{1 \text{ cm}}{0,6 \times 10^9 \text{ km}} = \frac{d}{150 \ 000 \ 000 \text{ km}}$$

$$\frac{1 \text{ cm}}{0,6 \times 10^9 \text{ km}} \times 150 \ 000 \ 000 \text{ km} = d$$

$$\begin{aligned} d &= \frac{1}{0,6 \times 10^9} \times 1,5 \times 10^8 \text{ cm} \\ &= \frac{1,5 \times 10^8}{0,6 \times 10^9} \text{ cm} \\ &= 2,5 \times \frac{1}{10} \text{ cm} \\ &= 0,25 \text{ cm} \end{aligned}$$

Portanto, nesta escala, a Terra estaria apenas a 0,25 cm = 2,5 mm do centro do sistema solar!

A escala 1 cm para $0,6 \times 10^9$ km pode ser utilizada para calcular qualquer distância na folha de papel. Por exemplo, para representar o raio R da Terra nessa folha de papel, podemos escrever:

$$\frac{1 \text{ cm}}{0,6 \times 10^9 \text{ km}} = \frac{R}{6 \ 400 \text{ km}}$$

Resolvendo em ordem a R , vem, sucessivamente:

$$\frac{1 \text{ cm}}{0,6 \times 10^9 \text{ km}} = \frac{R}{6 \ 400 \text{ km}}$$

$$\frac{1 \text{ cm}}{0,6 \times 10^9 \text{ km}} \times 6 \ 400 \text{ km} = R$$

$$\begin{aligned} R &= \frac{6 \ 400}{0,6 \times 10^9} \text{ cm} \\ &= \frac{6,4 \times 10^3}{0,6 \times 10^9} \text{ cm} \\ &= 10,7 \times \frac{1}{10^6} \text{ cm} \\ &= 10,7 \times \frac{1}{1 \ 000 \ 000} \text{ cm} \\ &= 1,07 \times \frac{1}{100 \ 000} \text{ cm} \\ &= 1,07 \times 10^{-5} \text{ cm} \\ &= 0,000 \ 0107 \text{ cm} \end{aligned}$$

Quer dizer: o raio da Terra nessa escala seria pouco mais de uma centésima milésima do centímetro! IMPOSSÍVEL de ver na folha de papel...

E qual seria o raio do Sol nessa folha de papel?

Utilizando a escala, e representado o raio do Sol por S , vem:

$$\begin{aligned}\frac{1 \text{ cm}}{0,6 \times 10^9 \text{ km}} &= \frac{S}{700\,000 \text{ km}} \\ \frac{1 \text{ cm}}{0,6 \times 10^9 \text{ km}} \times 700\,000 \text{ km} &= S \\ S &= \frac{700\,000}{0,6 \times 10^9} \text{ cm} \\ &= \frac{7 \times 10^5}{0,6 \times 10^9} \text{ cm} \\ &= 11,7 \times \frac{1}{10^4} \text{ cm} \\ &= 11,7 \times \frac{1}{10\,000} \text{ cm} \\ &= 1,17 \times \frac{1}{1000} \text{ cm} \\ &= 1,17 \times 10^{-3} \text{ cm} \\ &= 0,00117 \text{ cm}\end{aligned}$$

Mesmo o raio do Sol, nessa escala, seria representado apenas por pouco mais de 1 milésima de centímetro... Esta distância é, também, muito difícil (impossível?) de ver na folha de papel!

Conclusão: todos os esquemas do sistema solar numa folha de papel estão "aldrabados"... porque não respeitam a escala adequada.

Será que é "fácil" respeitar as escalas das distâncias no Universo?

Para fundamentares a resposta, calcula, utilizando a escala anterior, a que distância deveria ser colocado um objecto representando a estrela mais próxima do Sol, a Próxima Centauri, que está a 4,2 anos-luz do Sol.

Recorda:

- 1 ano-luz é a distância percorrida pela luz num ano;
- A velocidade da luz é 300 000 km/s.

Resposta

A distância de 1 ano-luz em km é:

$$300\,000 \times 60 \times 60 \times 24 \times 365.25 = 9,5 \times 10^{12} \text{ km}$$

Utilizando a escala, a distância d à estrela Próxima Centauri seria:

$$\begin{aligned} \frac{1 \text{ cm}}{0,6 \times 10^9 \text{ km}} &= \frac{d}{9,5 \times 10^{12} \text{ km}} \\ \frac{1 \text{ cm}}{0,6 \times 10^9 \text{ km}} \times 9,5 \times 10^{12} \text{ km} &= d \\ d &= \frac{9,5 \times 10^{12}}{0,6 \times 10^9} \text{ cm} \\ &= \frac{9,5 \times 10^3}{0,6} \text{ cm} \\ &= 15,8 \times 10^3 \text{ cm} \\ &= 1,58 \times 10^4 \text{ cm} \\ &= 1,58 \times 10^4 \times 10^{-2} \text{ m} \\ &= 1,58 \times 10^2 \text{ m} \\ &= 158 \text{ m} \end{aligned}$$

Ou seja, a estrela mais próxima do Sol estaria a mais de 150 m!!!! E, claro, seria representada por um objecto extremamente pequeno, tal como o Sol!

É praticamente impossível representar objectos e distâncias no Universo à escala, pelo menos numa folha de papel...