INICIADOS - 2ª Sessão ClubeMath 7-11-2009

Adivinhar o dia de aniversário de outra pessoa … e o mês…

Temos uns cartões mágicos, que vão permitir adivinhar o dia de aniversário de qualquer pessoa… e outros que permitem adivinhar o mês do aniversário...

Procedimento:

1- Mostrar sucessivamente os cartões que têm no canto superior esquerdo as seguintes potências de 2: 1, 2, 4, 8, 16.
2- Para cada cartão pedir à pessoa que diga se o número do dia do seu aniversário está ou não no cartão.
3- Ficar com os cartões onde o número figurava e pôr de lado os outros.
4- No final, somar as potências de 2 que estão no canto superior esquerdo dos cartões com que ficou, o resultado é o dia de aniversário da outra pessoa.

O procedimento é análogo, quando se quer adivinhar o mês...

Exemplo:

Se a pessoa diz que o dia do seu aniversário aparece nos cartões do 1, do 2, do 4, e do 16 e não aparece no cartão do 8, é porque faz anos no dia 1+2+4+16=23.

Justificação:

Tem tudo a ver com o filme que acabaram de ver, o filme "A história do nº 1". No filme viram como, ao longo dos vários séculos e das várias civilizações, foram aparecendo os números naturais até ao nosso sistema decimal actual:

$$3429 = 3\times1000 + 4\times100 + 2\times10 + 9\times1 = 3\times 10^3 + 4\times10^2 + 2\times10^1 + 9\times10^0$$

Acontece, como viram no filme, que há outros sistemas além do sistema decimal, como é o caso do sistema binário, que é o sistema utilizado nos computadores. No sistema binário qualquer número pode ser representado como soma de potências do 2 e de uma única maneira (se não contarmos com a propriedade comutativa da soma de números), por isso convencionamos que as potências de 2 se apresentam por ordem decrescente da esquerda para a direita. Por exemplo:

$$\begin{aligned} 23 &= 16 + 4 + 2 + 1 \\ &= 1\times16 + 0\times8 + 1\times4 + 1\times2 + 1\times1 \\ &= 1\times2^4 + 0\times2^3 + 1\times2^2 + 1\times2^1 + 1\times2^0 \end{aligned}$$

Daqui podemos dizer que a representação binária do 23 é 10111 e se percebemos isto bem, ou seja, se já não fazemos grandes confusões podemos mesmo escrever

$$(23)_{10} = (10111)_2.$$

Reciprocamente, se eu vos der a representação binária de um número, por exemplo 10010, sabem dizer que o número é

$$1x16 + 0x8 + 0x4 + 1x2 + 0x1 = 18.$$

Portanto a representação binária de um número é uma sucessão de 0´s e 1´s em que cada 0 corresponde a uma potência de 2 não aparecer na soma, e cada 1 corresponde à potência de 2 dessa posição aparecer na soma, como vimos atrás para o 23 e o 18.

Agora reparem, é mais fácil eu dar-vos a representação binária do número e vocês dizerem qual é o número, pois só têm de pôr as potências de 2 por ordem e irem somando, do que ao contrário. Vejam que para números pequenos como é o caso do 18, já temos uma sequência de 0´s e 1´s de comprimento 5.

Como encontrar a sequência no caso geral?

Dividimos o número por 2, de seguida pegamos no quociente da divisão e voltamos a dividir por 2 e assim sucessivamente até que o quociente dê 0.

Exemplo:

$$\begin{aligned} 143 &= 71x2 +1 \\ 71 &= 35x2 +1 \\ 35 &= 17x2 +1 \\ 17 &= 8x2 +1 \\ 8 &= 4x2 +0 \\ 4 &= 2x2 +0 \\ 2 &= 1x2 +0 \\ 1 &= 0x2 +1 \end{aligned}$$

Agora, vamos juntar todos os restos que obtivemos, de baixo para cima, e pô-los numa sequência

10001111.

Neste caso, como a sequência tem comprimento 8, temos de considerar as 8 potências de 2: 128, 64, 32, 16, 8, 4, 2, 1.

Portanto 143 = 128 + 8 + 4 + 2 + 1.

Uma observação importante é que para descobrires a representação binária de um número tiveste de fazer algumas contas de dividir e aproveitar os restos, portanto não podem fazer as contas numa calculadora...elas não vos dão os restos, pois não?

Vamos agora fazer uma actividade…

ARITMÉTICA BINÁRIA

Exemplo:

1	0	0	0	... 8
+	1	0	1	… + 5
1	1	0	1	... 13

Completa:

1	0	1	0	1	…
+	1	0	0	1	… + ____
					…

					… 18
+	1	0	1	1	… + ___
					…

1	0	1	0	0	1	…
+						… + 19

Descobriste que....

0+0=0 0+1=1 1+0=1 1+1=10 !

Outra observação importante é que se pensarmos um pouco, aquilo que fizemos com os números, pegar num número e encontar a representação binária, também funciona com as letras...
Pois é, se identificarmos cada letra com a sua posição no alfabeto, por exemplo A=1, B=2, C=3, etc, podemos utilizar uma tabela como a que se segue (que é uma tabela reduzida porque na escrita usamos outros símbolos além das palavras) e codificar mensagens!

Tabela de conversão de binário para ASCII (reduzida):

Gráfico	Binário
A	0100 0001
B	0100 0010
C	0100 0011
D	0100 0100
E	0100 0101
F	0100 0110
G	0100 0111
H	0100 1000
I	0100 1001
J	0100 1010
K	0100 1011
L	0100 1100
M	0100 1101
N	0100 1110
O	0100 1111
P	0101 0000
Q	0101 0001
R	0101 0010
S	0101 0011
T	0101 0100
U	0101 0101
V	0101 0110
W	0101 0111
X	0101 1000
Y	0101 1001
Z	0101 1010

“ “ (espaço)	00100000
.	00101110

Utilizando a tabela anterior, vamos fazer outra actividade…. Resolver um

Enigma 01

0101011001000001010011010100111101010011001000000100110001000001001000
0001010110010001010101001000100000010100110100010100100000010000110100
1111010011100101001101000101010001110101010101000101010011010010000001
0001000100010101000011010010010100011001010010010000010101001000100000
0100100101010011010101000100111100101110001011100010111 0

EXTRA:

Se ainda houver tempo, vais agora escrever uma mensagem secreta para outro colega teu decifrar!

Solução do enigma

V 01010110
A 01000001
M 01001101
O 01001111
S 01010011

00100000

L 01001100
A 01000001

00100000

V 01010110
E 01000101
R 01010010

00100000

S 01010011
E 01000101

00100000

C 01000011
O 01001111
N 01001110
S 01010011
E 01000101
G 01000111
U 01010101
E 01000101
M 01001101

00100000

D 01000100
E 01000101
C 01000011
I 01001001
F 01000110
R 01010010
A 01000001
R 01010010

00100000

I 01001001
S 01010011
T 01010100
O 01001111

. 00101110
. 00101110
. 00101110