



N.º _____ NOME: _____

TURMA: _____

CLASSIFICAÇÃO

“Edificado numa pequena ilha do Tejo, entre Vila Nova da Barquinha e a Praia do Ribatejo, o Castelo de Almourol é, sem dúvida, uma das mais belas e originais fortalezas existentes em Portugal. Basta descer à margem do rio para avistá-lo em toda a sua grandiosidade. Nos meses de Primavera e Verão, há sempre um barqueiro para assegurar a passagem para a ilha em poucos minutos. Após o desembarque, uma pequena vereda conduz-nos à entrada principal.



As raízes históricas da edificação do Castelo de Almourol apontam para o século II Antes de Cristo. O castelo terá sido erguido no local de um primitivo castro lusitano conquistado pelos romanos durante a ocupação da Península Ibérica. Posteriormente, foi ocupado pelos Alanos, Visigodos e Mouros. A fortaleza de "Almorolan" (do árabe pedra alta) foi conquistada aos mouros no reinado de D. Afonso Henriques (1129) que a doou a Gualdim Pais, mestre da Ordem dos Templários, encarregue da defesa da zona do Tejo.

Entre 1160 e 1171, o Castelo de Almourol foi reedificado e terá sido várias vezes restaurado nos reinados seguintes. Esteve na posse dos Templários até 1311, num ponto vital de comunicação das províncias do Norte e do Alentejo com a capital, nomeadamente, no comércio de azeite, trigo, madeiras, carne de porco e frutas.

Apesar da irregularidade do maciço granítico que lhe ditou as formas, é um exemplo notável de arquitectura militar da Idade Média. Trata-se de um castelo de 310 metros de comprimento, 75 de largura e 18 metros de altura acima das rochas escarpadas, encontrando-se o terreiro da praça forte a 6 m acima da altura das margens, que obedece a uma planimetria quadrangular dividida internamente em dois recintos: um exterior e voltado a montante, com "porta de traição" e muralhas reforçadas por nove torres circulares, altas e esguias; no interior, numa zona mais elevada rodeada por panos de muralhas, ergue-se a torre de menagem de três pisos, da qual restam como elementos originais as sapatas onde assentava o vigamento.”

in "<http://www.janelanaweb.com/viagens/almourol.html>"

Um dos soldados das forças atacantes tenta atravessar o fosso para chegar a base do forte e assim poder infiltrar-se entre as forças cercadas. Para isso utiliza um tronco cilíndrico considerado homogéneo, com 4,00 m de comprimento. Quando o troco encosta na margem, o soldado encontra-se a um metro da extremidade do troco mais afastada da margem, e desloca-se para a extremidade junto à margem. Quando chega à extremidade do tronco, verifica que este já não está encostado na margem.

1. O que aconteceu ao tronco? A que distância da margem se encontra o soldado, quando chega a esta extremidade do tronco? *O tronco desloca-se uma vez que, se não estivessem aplicadas forças exteriores, o CM mantém-se constante.*

$$x_{CM}^i = x_{CM}^f$$

$$\left(\frac{m_s x_s + m_t x_t}{m_s + m_t} \right)^i = \left(\frac{m_s x_s + m_t x_t}{m_s + m_t} \right)^f$$

$$\left(\frac{80 \times 3 + 100 \times 2}{80 + 100} \right) = \left(\frac{80 \times x + (100) \times (x+2)}{80 + 100} \right) \quad x = 1,33 \text{ m}$$

O soldado encontra-se a 1,33 m da margem.

Entretanto, dentro do castelo, continuam os esforços de defesa. Para aumentar as munições da catapulta, é feito um baloço. Numa das extremidades é colocada a pedra de munição, e na outra colocam-se soldados que, com a sua massa, vão elevar a pedra.

2. Se a pedra tiver 200 kg e os soldados 240 kg, se a tábua tiver uma massa de 12 kg e um comprimento de 5 m, quais as coordenadas do ponto onde deve a tábua ser apoiada (CM da tábua)?

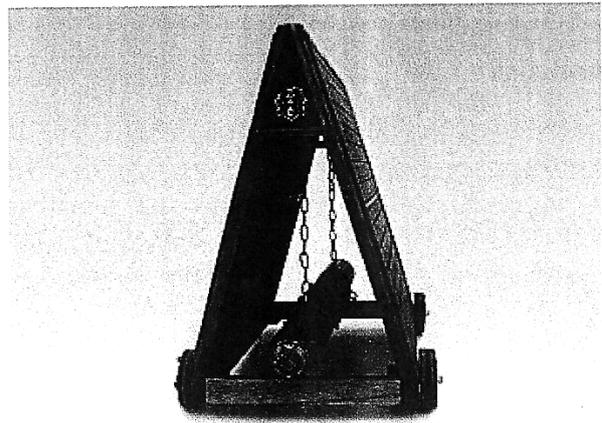
$$x_{CM} = \frac{200 \times 0 + 240 \times 5 + 12 \times 2,5}{200 + 240 + 12} = 2,72 \text{ m}$$

A tábua deve ser apoiada num ponto que se encontra a 2,72 m da extremidade onde se colocadas as pedras.

Uma das formas que os atacantes têm para derrubar a porta principal do forte, é utilizarem um Aríete. O Aríete é um maço de madeira que é balançado de forma a ganhar velocidade. O embate no portão pode ser devastador.

O portão resiste a uma força de 20000N.

3. Se a pancada do Aríete no portão levar cerca de 1 centésimo de segundo, qual a velocidade com que o maço tem que levar no instante antes de bater no portão para o poder derrubar? (massa do tronco do aríete = 250 kg)



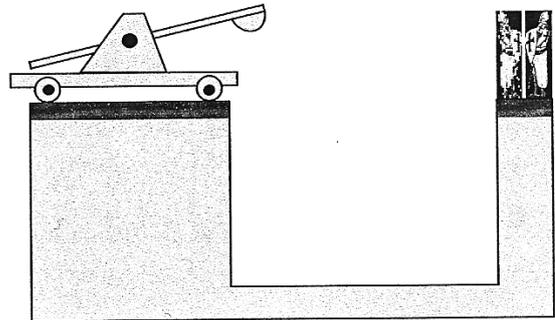
$$F_A = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

$$20000 = \frac{250 \times (0 - v_i)}{0,01}$$

$$v_i = 0,8 \text{ m/s} \quad \text{na direcção do portão}$$

Para empurrar a catapulta até à muralha, é necessário aplicar uma força igual ao peso útil do mecanismo. Uma forma alternativa de elevar a catapulta, que tem 470 kg de massa, era utilizar um mecanismo de Pascal.

4. Utilizando água, qual a relação que tem que existir entre os diâmetros da base da catapulta e da base dos soldados, de modo a que a catapulta pudesse ser elevada pelo peso de dois homens ($m = 80,0 \text{ kg}$ cada um)?



$$F_1 = 470 \times 10 = 4700 \text{ N}$$

$$F_2 = 160 \times 10 = 1600 \text{ N}$$

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2} \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{4700}{1600} \Leftrightarrow \frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2} = 2,94 \Leftrightarrow \frac{r_1}{r_2} = \sqrt{2,94}$$

$$\frac{r_1}{r_2} = 1,71 \quad \frac{d_1/2}{d_2/2} = 1,71 \Leftrightarrow \frac{d_1}{d_2} = 1,71$$

Em combate, o maior problema são os ferimentos com as flechas e com as massas das catapultas. Quando um homem é ferido na virilha, atingido numa artéria, deve ser imediatamente deitado, de modo a reduzir a pressão de saída do sangue. Nesta posição, a pressão nesta artéria é aproximadamente igual à pressão na artéria aorta, que é de 120 mmHg. ($d = 1,06$)

5. A pressão na extremidade da artéria que sofreu ruptura quando o homem está em pé ($h = 0,80$ m), será de:

- A. 242 cmHg
- B. 2,42 mmHg
- C. $2,95 \times 10^3$ Pa
- D. 24300 Pa

Cálculos justificativos:

$$P = P_0 + \rho g h$$

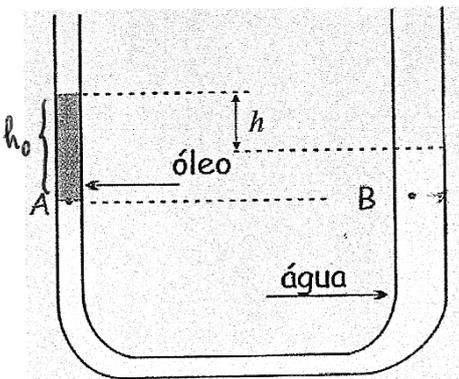
$$P_0 = 120 \text{ cmHg} = 1,6 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$P = 1,6 \times 10^5 + 1,06 \times 10^3 \times 10 \times 0,8$$

$$= 24480 \text{ Pa} \approx 24300 \text{ Pa}$$

Uma das formas de verificar qual o líquido que podia flutuar na superfície da água, era utilizar um tubo em U.

6. Atenda ao esquema da figura seguinte e determine o desnível h entre a superfície dos dois ramos do tubo, sabendo que a densidade do líquido mais escuro é de 0,82 e que tem uma altura de 8 cm.



$$P_A = P_B$$

$$P_A = P_0 + \rho_o g h_0$$

$$P_B = P_0 + \rho_a g (h_0 - h)$$

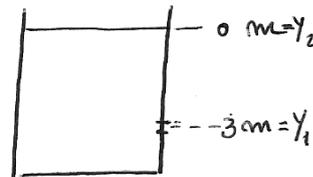
$$\cancel{P_0} + \rho_o g h_0 = \cancel{P_0} + \rho_a g (h_0 - h)$$

$$\rho_o h_0 = \rho_a (h_0 - h) \Leftrightarrow 0,82 \times 8 = 1(8 - h)$$

$$h = 1,44 \text{ cm}$$

ρ_o - Densidade do óleo
 ρ_a - Densidade da água

O depósito de água do castelo, feito em madeira e forrado em pele, para se manter vedado, sobre um rombo e começa a perder água, que é um bem precioso num castelo sitiado. O buraco aberto está a 3 m da superfície, e tem uma área de $0,50 \text{ cm}^2$.



7. Qual a velocidade com que a água está a sair do reservatório?

Aplicando a Lei de Bernoulli:

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2$$

$$P_1 = P_2 = P_{atm}$$

$$v_1 = 0$$

$$\cancel{\rho} g y_1 = \frac{1}{2} \cancel{\rho} v_2^2 + \cancel{\rho} g y_2$$

$$v_2 = \sqrt{2g(y_1 - y_2)}$$

$$v_2 = \sqrt{2 \times 10 \times 3}$$

$$v_2 = 7,7 \text{ m/s}$$

O nível do reservatório começa a descer de uma forma assustadora.

8. Qual a velocidade com que o nível do depósito desce sabendo que a superfície livre de água é de $0,60 \text{ m}^2$.

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$0,6 \times v_1 = 5 \times 10^{-5} \times 7,7$$

$$v_1 = 6,42 \times 10^{-4} \text{ m/s}$$

$$= 0,642 \text{ mm/s}$$

$$= 231 \text{ cm/h}$$

$$A_2 = 0,50 \text{ cm}^2$$

$$= 0,005 \text{ dm}^2 = 0,00005 \text{ m}^2$$

$$= 5 \times 10^{-5} \text{ m}^2$$

O reservatório encontra-se numa muralha, a uma altura h do solo.

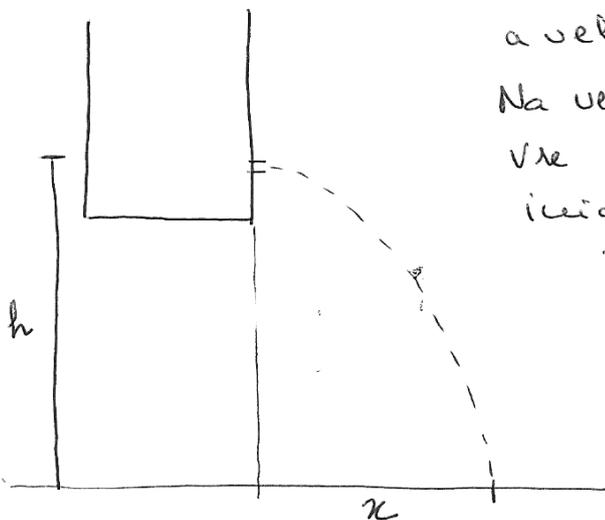
9. Diga como poderia determinar a distância horizontal a que a água cai no solo, relativamente à base do depósito.

É um problema de projecteis. Na horizontal a velocidade é constante e igual a $7,7 \text{ m/s}$. Na vertical é um movimento de queda livre a partir da altura h sem velocidade inicial.

$$\text{Tempo de queda: } t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

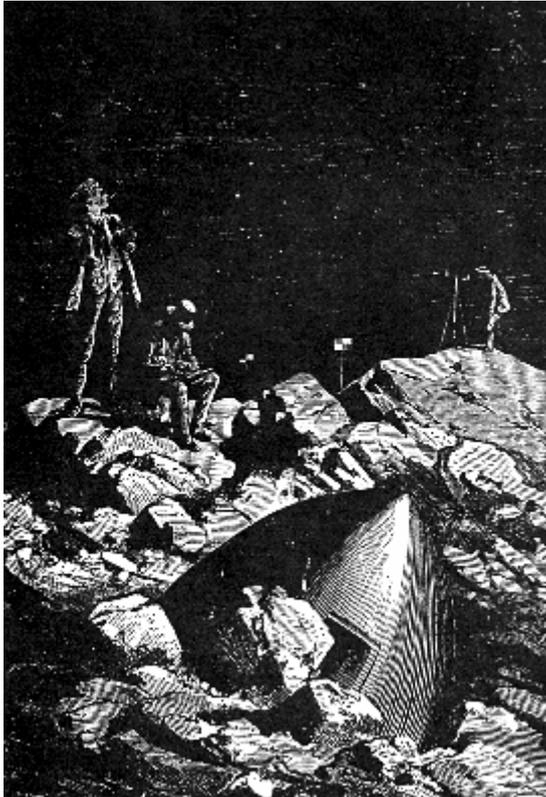
$$x = v_x t$$

$$x = 7,7 \times \sqrt{\frac{2h}{g}}$$



Júlio Verne, uns anos mais tarde, descreveu uma hipotética viagem da Terra à Lua na qual a cápsula que transportava 3 astronautas era lançada por um gigantesco canhão que se encontrava à superfície da Terra.

1. Determine a velocidade mínima que a cápsula deveria ter à saída do canhão para conseguir libertar-se do campo gravítico terrestre. (Considere desprezável o atrito exercido pela atmosfera terrestre)



Como estamos em condições de Conservação da E mecânica

$$E_{m \text{ superfície}} = E_{m \text{ livre}}$$

$$\frac{1}{2} m v^2 - G \frac{M_T m}{r_T} = 0$$

$$v = \sqrt{2 G \frac{M_T}{r_T}}$$

$$v = 1,12 \times 10^4 \text{ m/s}$$

$$= 11,2 \text{ km/s}$$

Questão	Cotação
1.	10
2.	10
3.	10
4.	10
5.	10
6.	10
7.	10
8.	10
9.	10
10.	10
TOTAL	100

