3. Centro de massa e momento linear de um sistema de partículas

Centro de massa – partícula onde se supõe estar concentrada toda a massa e onde se considera aplicada a resultante das forças que actuam sobre o corpo ou sistema de partículas.

Corpo rígido – sistema constituído por um número indeterminado de partículas que, dentro de certos limites, mantêm a sua posição relativa.

Sistema de partículas – sistema constituído por um número finito de partículas cujas posições relativas podem variar no decurso do movimento.

No caso de um sistema de partículas, o centro de massa encontra-se:

- Equidistante das duas partículas, se $m_1=m_2$
- Mais próximo de m_1 ,se $m_1>m_2$
- Coincidente com m_1, $m_2=0$ e vice-versa

Coordenadas cartesianas, x_{cm}, y_{cm} e z_{cm}, do centro de massa:

$$x_{CM} = \frac{\sum x_i \cdot m_i}{M} \qquad y_{CM} = \frac{\sum y_i \cdot m_i}{M} \qquad z_{CM} = \frac{\sum z_i \cdot m_i}{M}$$

O **vector posição do centro de massa de um sistema de partículas**, r_{cm}, é igual à média ponderada pelas massas dos vectores posição de cada partícula do sistema.

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum \vec{r}_i \cdot m_i}{M}$$

Velocidade do centro de massa, $\vec{v}_{CM}$:

$$\vec{v}_{CM} = \frac{\sum \vec{v}_i \cdot m_i}{M} \qquad \vec{v}_{CM} = v_x\, \vec{e}_x + v_y\, \vec{e}_y + v_z\, \vec{e}_z$$

Sendo: $$v_{CMx} = \frac{\sum v_{ix} \cdot m_i}{M} \qquad v_{CMy} = \frac{\sum v_{iy} \cdot m_i}{M} \qquad v_{CMz} = \frac{\sum v_{iz} \cdot m_i}{M}$$

in **Maciel, Noémia *et al*, "Eu e a Física" Livro de Texto, 1ª parte, Porto Editora**

Aceleração do centro de massa , $\vec{a}_{cm}$:

$$\vec{a}_{cm} = \frac{\sum \vec{a}_i m_i}{M}$$

Momento linear de uma partícula, $\vec{p}$ – grandeza física vectorial definida pelo produto da massa da partícula pela sua velocidade.

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Momento linear de um sistema de partículas, $\vec{p}_{sistema}$ – é igual à soma dos momentos lineares das partículas constituintes do sistema e igual ao produto da massa M do sistema, pela velocidade do centro de massa, $\vec{v}_{cm}$.

$$\vec{p}_{sistema} = \sum m_i \vec{v}_i \quad \vec{p}_{sistema} = M\vec{v}_{cm}$$

O **momento linear de um sistema de partículas**, $\vec{p}_{sistema}$, é igual ao momento linear do centro de massa, $\vec{p}_{cm}$.

$$\vec{p}_{sistema} = \vec{p}_{cm}$$

Lei fundamental de um sistema de partículas - a resultante das forças exteriores que actuam num sistema de partículas é igual à taxa de variação temporal do momento linear do sistema e igual ao produto da massa total do sistema, M, pela acelaração do seu centro de massa, $\vec{a}_{cm}$.

$$\vec{F}r = \frac{d\,\vec{p}_{sistema}}{dt} \Leftrightarrow \vec{F}r = M\,\vec{a}_{cm}$$

Lei da conservação do momento linear – se a resultante das forças exteriores que actuam sobre um sistema de partículas, num dado intervalo de tempo, for nula, o momento linear do sistema permanece constante

$$\vec{p}_{sistema} = \vec{K} \;(\text{se } \sum \vec{F}_{ext} = \vec{0})$$

Colisão – interacção entre partículas de duração muito pequena. As forças de interacção entre as partícula que colidem **-forças de colisão-** são foças interiores com intensidades elevadas e que actuam durante um intervalo muito curto.

Durante uma colisão, as forças exteriores apresentam intensidade muito pequena comparativamente com a intensidade das forças de colisão; daí $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ e haver conservação do momento linear do sistema.

$$\vec{p}_{sistema} = \vec{K} \longrightarrow \vec{p}i = \vec{p}f$$

As **Colisões**, podem ser:

- **Colisões elásticas –** com conservação do momento linear e da energia cinética total do sistema.

$$\vec{p}i = \vec{p}f \quad \text{e} \quad Eci = Ecf$$

Numa **colisão elástica não frontal** entre duas partículas iguais, estando uma delas em repouso, as duas partículas são sempre projectadas, após a colisão, em direcções perpendiculares entre si.

- **Colisões inelásticas –** só com conservação do momento linear do sistema.

$$\vec{p}i=\vec{p}f \quad \text{e} \quad Eci \neq Ecf$$

As **colisões perfeitamente inelásticas** são colisões em que as partículas seguem juntas após a colisão.

$$m_1\vec{v}_{1i}+m_2\vec{v}_{2i}+\ldots+m_n\vec{v}_{ni}=(m_1+m_2+\ldots+m_n)\vec{v}_f$$

Coeficiente de restituição, e- medida da elasticidade da colisão. Define-se como a razão entre a velocidade relativa de recessão e a velocidade relativa de aproximação

$$e=\frac{\vec{v}\ \text{recessão}}{\vec{v}\ \text{aproximação}} \Rightarrow e=-\frac{\vec{v}_{2f}-\vec{V}_{1f}}{\vec{v}_{2i}-\vec{v}_{1i}}$$

Numa **colisão elástica,** é **e =1** e numa **colisão perfeitamente inelástica** é **e =0**